

Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

Кафедра прикладної математики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Декан факультету
математики і інформатики

Григорій ЖОЛТКЕВИЧ

...29... серпня 2024 р.



РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Перетворення Фур'є і його застосування

рівень вищої освіти _____ другий (магістерський) рівень _____

галузь знань _____ 11 – Математика та статистика _____

спеціальність _____ 113 Прикладна математика _____

освітня програма _____ Прикладна математика _____

спеціалізація _____

вид дисципліни _____ обов'язкова _____

факультет _____ математики і інформатики _____

2024 / 2025 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження Вченою радою факультету математики і інформатики

“27” серпня 2024 року, протокол № 8

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ: **Фардигола Лариса Василівна**, доктор фіз.-мат. наук, професор, професор закладу вищої освіти кафедри прикладної математики.

Програму схвалено на засіданні кафедри прикладної математики
Протокол від “26” серпня 2024 року № 8

Завідувач кафедри прикладної математики



Валерій КОРОБОВ

Програму погоджено з гарантом
освітньо-професійної програми «Прикладна математика»

Гарант освітньо-професійної програми «Прикладна математика»



Світлана ІГНАТОВИЧ

Програму погоджено з гарантом
освітньо-наукової програми «Прикладна математика»

Гарант освітньо-наукової програми «Прикладна математика»



Валерій КОРОБОВ

Програму погоджено науково-методичною комісією
факультету математики і інформатики

Протокол від “27” серпня 2024 року № 1

Голова науково-методичної комісії факультету математики і інформатики



Євген МЕНЯЙЛОВ

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни “Перетворення Фур’є та його застосування” до освітньо-професійної та освітньо-наукової програм підготовки

магістр
(назва рівня вищої освіти)

спеціальності (напрям) 113 Прикладна математика

спеціалізації _____

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Мета викладання навчальної дисципліни:

Ознайомлення студентів із сучасною теорією перетворення Фур’є в просторах узагальнених функцій та її застосуванням.

1.2. Основні завдання вивчення дисципліни:

Навчити студентів основним аспектам теорії узагальнених функцій та перетворення Фур’є, навчити їх застосовувати цю теорію до різних математичних систем, які описують реальні процеси.

1.3. Кількість кредитів: 6

1.4. Загальна кількість годин: 180

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
<u>обов’язкова</u>	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
1-й	
Семестр	
2-й	
Лекції	
32 год.	
Практичні, семінарські заняття	
32 год.	
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
116 год.	
в тому числі індивідуальні завдання	
	24 год.

1.6. Заплановані результати навчання

У результаті вивчення даного курсу студент повинен

знати:

- Означення основних та узагальнених функцій.
- Структуру узагальнених функцій основних та узагальнених функцій.
- Означення та властивості рядів Фур'є в просторах основних та узагальнених функцій.
- Згортку узагальнених функцій і перетворення Фур'є згортки.
- Рівняння в згортках та фундаментальний розв'язок.
- Розв'язання задачі Коші та крайової задачі для рівнянь в згортках.
- Визначення і приклади псевдодиференціальних операторів.
- Означення та властивості рядів Фур'є в L^2 та H^s_{per} .
- Формулу Парсеваля та способи її застосування.
- Означення та властивості перетворення Фур'є в L^2 .
- Означення та властивості перетворення Фур'є для розподілів.
- Властивості добутку та згортки перетворень Фур'є.
- Означення та властивості двовимірного перетворення Фур'є.
- Означення та властивості дискретного та чисельного перетворень Фур'є.
- Методи застосування рядів та перетворень Фур'є до математичних систем, що описують реальні процеси.

вміти:

- Знаходити похідну узагальнених функцій.
- Обчислювати перетворення Фур'є для узагальнених функцій.
- Розв'язувати рівняння в згортках.
- Знаходити фундаментальний розв'язок рівняння в згортках.
- Знаходити класи коректності задачі Коші та крайової задачі.
- Розвивати функцію в ряд Фур'є.
- Обчислювати перетворення Фур'є для класичних функцій та розподілів.
- Застосовувати ряди Фур'є для розв'язання диференціальних рівнянь з частинними похідними.
- Застосовувати перетворення Фур'є для розв'язання звичайних диференціальних рівнянь та диференціальних рівнянь з частинними похідними.
- Обчислювати та застосовувати дискретне перетворення Фур'є.

2. Тематичний план навчальної дисципліни

Розділ 1. Класичні простори тестових функцій та розподілів над ними.

Тема 1. Простори D, S, Z і перетворення Фур'є в них.

Тема 2. Двоїсті до D, S, Z простори і перетворення Фур'є в них.

Тема 3. Шкали просторів H^m, H_n, H_n^m та їх властивості.

Тема 4. Диференціальні рівняння з частинними похідними та крайові задачі для них у просторах розподілів.

Розділ 2. Дискретні та періодичні простори соболевського типу.

Тема 1. Простори $L^2(a, b)$ та l_2 .

Тема 2. Періодичні функції в S' . Теорема Віттакера-Котельникова-Шеннона та обробка і передача сигналів.

Тема 3. Дискретне перетворення Фур'є та його застосування.

Тема 4. Дискретні простори соболевського типу $l_{[a]}^m$.

Тема 5. Періодичні простори соболевського типу $H_{[a]}^m$.

Тема 6. Крайові задачі та задачі теорії керування в періодичних просторах соболевського типу.

3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	Денна форма						Заочна форма					
	Усього	у тому числі					Усього	у тому числі				
		л	п	лаб	інд	ср		л	п	лаб	інд	ср
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Розділ 1												
Тема 1	18	4	4			10						
Тема 2	18	4	4			10						
Тема 3	9	2	2			8						
Тема 4	9	2	2			8						
Індивідуальне завдання	18					12						
Разом за розділом 1	72	12	12			48						
Розділ 2												
Тема 1	9	2	2			7						
Тема 2	9	2	2			7						
Тема 3	9	2	2			7						
Тема 4	18	4	4			10						
Тема 5	27	6	6			15						
Тема 6	18	4	4			10						
Індивідуальне завдання	18					12						
Разом за розділом 2	108	20	20			68						
Всього годин	180	32	32			116						

4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Простори D, S, Z і перетворення Фур'є в них.	4
2	Двоїсті до D, S, Z простори і перетворення Фур'є в них.	4
3	Шкали просторів H^m, H_n, H_n^m та їх властивості.	2
4	Диференціальні рівняння з частинними похідними та крайові задачі для них у просторах розподілів.	2
5	Простори $L^2(a,b)$ та l_2 .	2
6	Періодичні функції в S' . Теорема Віттакера-Котельникова-Шеннона та обробка і передача сигналів.	2
7	Дискретне перетворення Фур'є та його застосування.	2
8	Дискретні простори соболевського типу $l_{[a]}^m$.	4
9	Періодичні простори соболевського типу $H_{[a]}^m$.	6
10	Крайові задачі та задачі теорії керування в періодичних просторах соболевського типу.	4
	Разом	32

5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
1	Виконання домашнього завдання по темі простори D, S, Z і перетворення Фур'є в них.	10
2	Виконання домашнього завдання по темі двоїсті до D, S, Z простори і перетворення Фур'є в них.	10
3	Виконання домашнього завдання по темі шкали просторів H^m, H_n, H_n^m та їх властивост.	8
4	Виконання домашнього завдання по темі диференціальні рівняння з частинними похідними та крайові задачі для них у просторах розподілів	8
5	Індивідуальне завдання: Задача Коші Для рівнянь з частинними похідними в просторах розподілів	12
4	Виконання домашнього завдання по темі простори $L^2(a,b)$ та l_2 .	7
5	Виконання домашнього завдання по темі періодичні функції в S' та теорема Віттакера-Котельникова-Шеннона.	7
6	Виконання домашнього завдання по темі дискретне перетворення Фур'є та його застосування	7
	Виконання домашнього завдання по темі дискретні простори соболевського типу $l_{[a]}^m$	10
	Виконання домашнього завдання по темі періодичні простори соболевського типу $H_{[a]}^m$	15
	Виконання домашнього завдання по темі крайові задачі та задачі теорії керування в періодичних просторах соболевського типу.	10
	Індивідуальне завдання: Обчислення в дискретних і періодичних просторах соболевського типу.	12
	Разом	116

6. Індивідуальне завдання

1. Задача Коші Для рівнянь з частинними похідними в просторах розподілів.
2. Обчислення в дискретних і періодичних просторах соболевського типу.

7. Методи навчання

Лекційні та практичні заняття проводяться дистанційно за допомогою Zoom і з використанням Google Classroom.

8. Методи контролю

Перевірка виконання домашніх та індивідуального завдання, контрольної роботи. Проведення іспиту.

9. Схема нарахування балів

Поточний контроль		
-------------------	--	--

Розділ 1	Розділ 2	Індивідуальні завдання	Разом	Іспит	Сума
16	20	24	60	40	100

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка
90 – 100	відмінно
70-89	добре
50-69	задовільно
1-49	незадовільно

Критерії оцінювання

Поточний контроль: бали нараховуються за виконання домашніх завдань і активність під час практичних занять.

Індивідуальне завдання 1 (містить 1 завдання, максимальна оцінка 12 балів):

- (а) Зроблено лише перетворення Фур'є — 0–2 бали;
- (б) Зроблено перетворення Фур'є та розв'язано одержане рівняння, крайову задачу не розв'язано — 3–3 бали;
- (с) Зроблено перетворення Фур'є та розв'язано одержану крайову задачу — 7–9 балів;
- (d) Зроблено перетворення Фур'є, розв'язано одержану крайову задачу та обчислено обернене перетворення Фур'є — 10–12 балів.

Індивідуальне завдання 2 (містить 2 завдання, максимальна оцінка 12 балів):

1. У завданні 1 максимальна оцінка 6 балів (пункт (а) — 3 бали, пункт (б) — 3 бали):
 - (а) (1) неправильно знайдено функцію або не зроблено спрощення результату (не обчислено суму ряду) — 0–2 бали;
 - (2) правильно знайдено функцію та зроблено спрощення результату (обчислено суму ряду) — 3 бали.
 - (б) (1) множину параметрів знайдено неправильно — 0–1 бал;
 - (2) множину параметрів знайдено правильно — 3 бали;
2. У завданні 2 максимальна оцінка 6 балів (пункт (а) — 3 бали, пункт (б) — 3 бали):
 - (а) (1) неправильно знайдено згортку — 0–1 бали;
 - (2) правильно знайдено згортку — 3 бали.
 - (б) (1) неправильно знайдено перетворення Фур'є від згортки — 0–1 бал;
 - (2) правильно знайдено перетворення Фур'є від згортки — 3 бали.

Іспит (білет містить 4 завдання):

1. У завданнях 1, 2 максимальна оцінка 10 балів:
 - (а) зазначені твердження сформульовано із суттєвими помилками, приклади відсутні — 0–2 бали;
 - (б) зазначені твердження сформульовано правильно, приклади відсутні — 3–4 бали;
 - (с) зазначені твердження сформульовано правильно, приклади наведено із суттєвими помилками — 5–6 балів;
 - (d) зазначені твердження сформульовано правильно, приклади наведено правильно але без обґрунтування — 7–8 балів;
 - (е) зазначені твердження сформульовано правильно, приклади наведено правильно із обґрунтуванням, можливі незначні помилки — 9–10 балів.
2. У завданнях 3, 4 максимальна оцінка 10 балів:
 - (а) обчислення незакінчені або містять суттєві помилки — 0–4 бали;
 - (б) обчислення правильні, можливі незначні помилки, але обґрунтування не наведено — 5–7 балів;
 - (с) обчислення правильні, можливі незначні помилки, наведено повне обґрунтування — 8–10 балів.

Бали, отримані за виконання всіх завдань, сумуються (максимальна кількість – 40 балів) і додаються до балів, отриманих за практичні завдання. Максимальна сума – 100 балів. Оцінка виставляється за стандартною шкалою оцінювання.

10. Рекомендована література

Основна література

1. B. Osgood, Lecture Notes for EE261. The Fourier Transform and its Application, Stanford Univ., <https://see.stanford.edu/book-fall-07>
2. R.N. Bracewell, The Fourier Transform and its Application, McGraw Hill, 1986.
3. J.F. James, A Student's Guide to Fourier Transform, Cambridge University Press, 2011.

Допоміжна література

4. R.M. Gray and J.W. Goodman, Fourier Transforms, Kluwer, 1995.
5. Ehrenpreis L. Fouriers analysis in several complex variables, New York, Wiley-Interscience publishers, 1970.

11. Посилання на інформаційні ресурси Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

1. <http://www.thefouriertransform.com>
2. <https://www.youtube.com/watch?v=spUNpyF58BY>
3. <https://www.youtube.com/watch?v=1JnayXHhjlq>
4. <https://www.youtube.com/watch?v=kKu6JDqNma8>
5. <https://www.youtube.com/watch?v=rCw-FVegWJA>